

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2022-2023

Esame scritto del 05.09.2023

Parte I - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

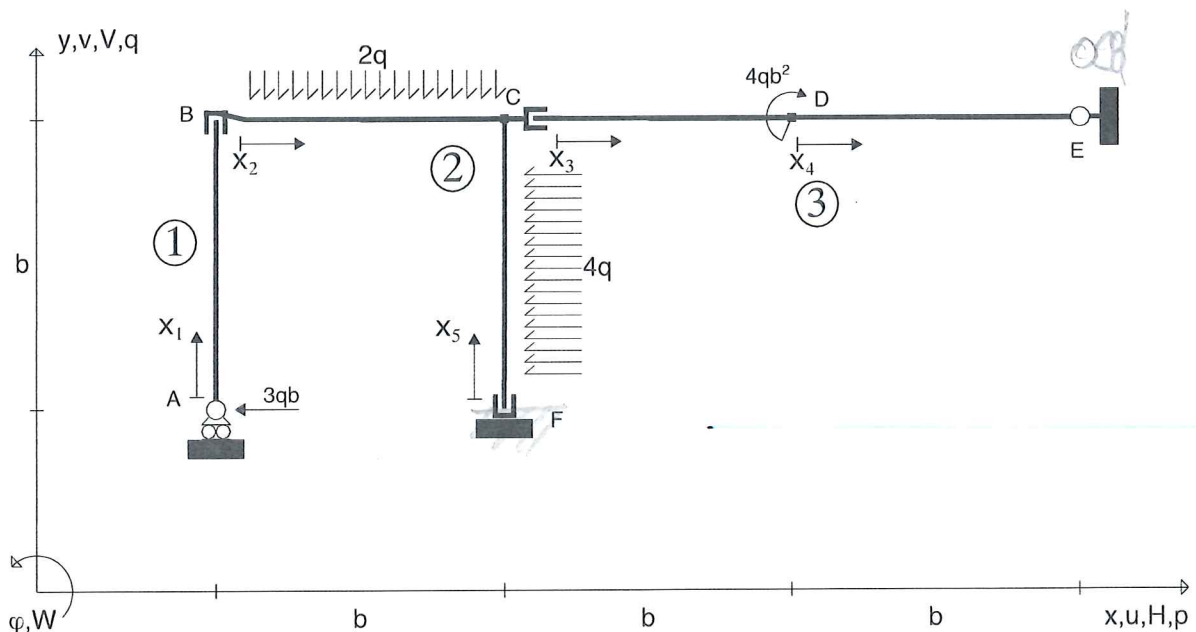
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 05.09.23*001



Equazioni ausiliarie

$R_y^{(1)} = 0$ oppure $R_y^{(2+3)} = 0$

$R_x^{(1+2)} = 0$ oppure $R_x^{(3)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C dal lato della trave 1 (asta ABC), $v^{(1)}_C$.

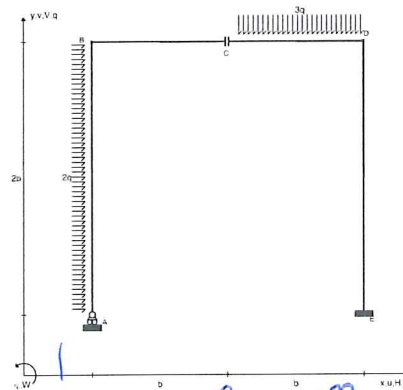
Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C dal lato della trave 1 (asta ABC), $v^{(1)}_C$.

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari SdC_SdA 05.09.23'003

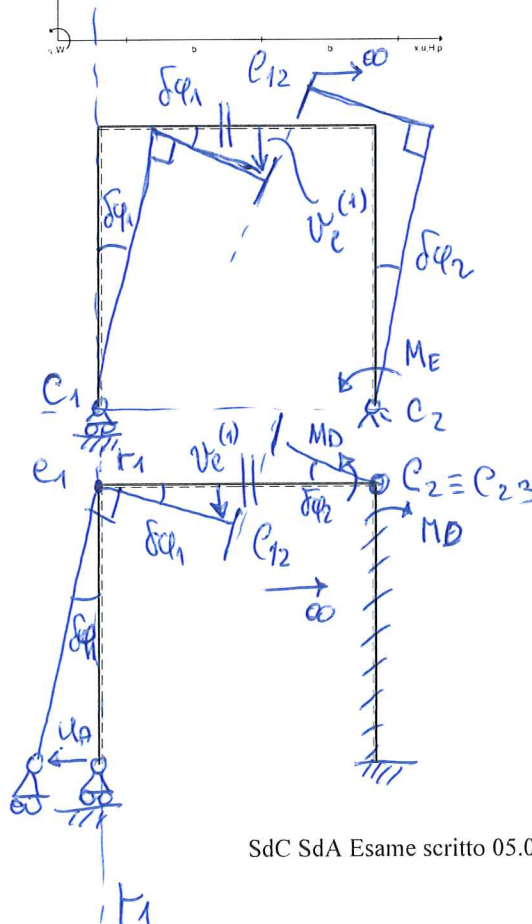


$$C_1 \in \Gamma_1$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2$$

$$C_1 \in \Gamma_1$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2$$



$$\delta \varphi_1 = \delta \varphi_2$$

$$u_A = 0$$

$$v_e^{(1)} = -b \delta \varphi_1$$

$$\delta \varphi_1 = \delta \varphi_2$$

$$u_A = -2b \delta \varphi_1$$

$$v_e^{(1)} = -b \delta \varphi_1$$

$$M_E(\varphi) = \frac{5}{2}qb^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (2b, 0); C_{12} = (0, 0);$$

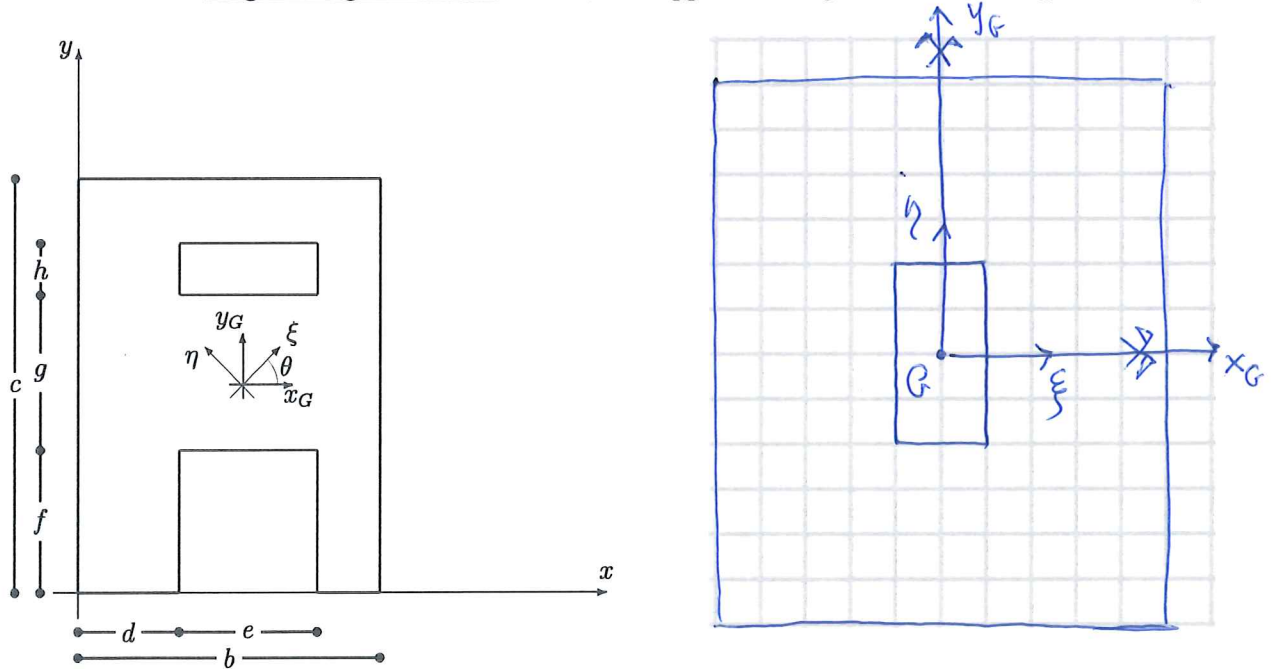
$$u_A = 0; v^{(1)}_C = -b\delta\varphi_1;$$

$$M_D(\varphi) = -\frac{11}{2}qb^2; u_A = -2b\delta\varphi_1; v^{(1)}_C = -b\delta\varphi_1;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 6a$; $d = 2a$; $e = 1a$; $f = 0a$; $g = 2a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



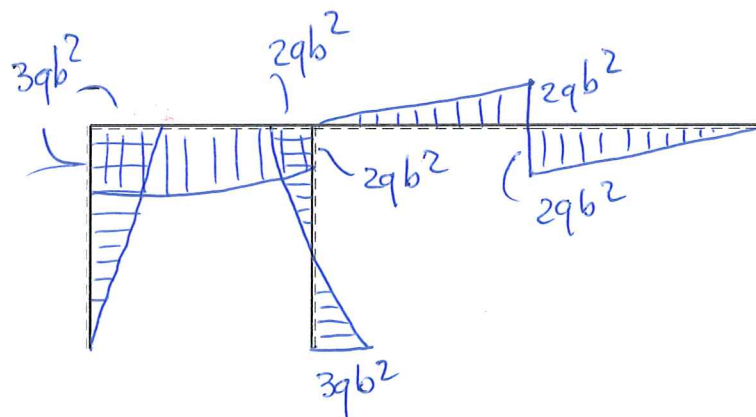
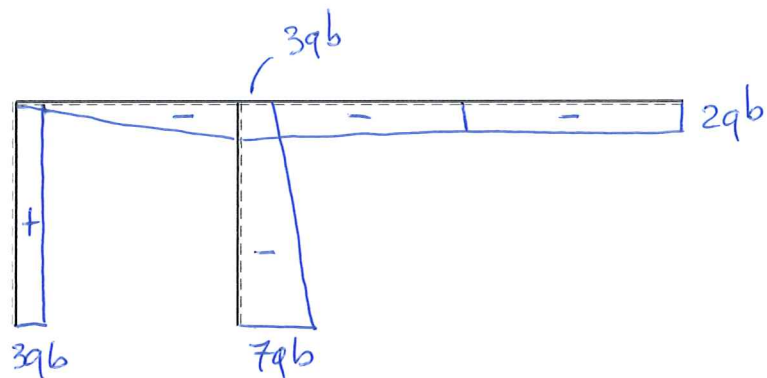
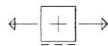
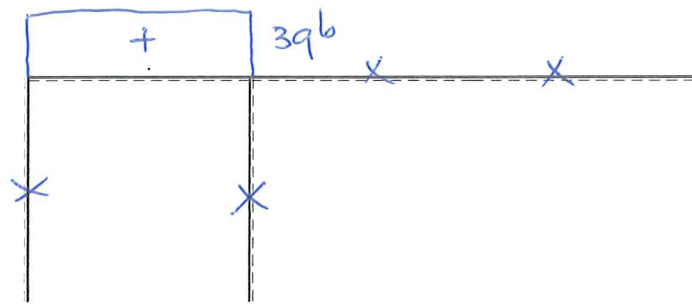
$$S_x = 84a^3; S_y = 70a^3;$$

$$x_G = \frac{5}{2}a = 2.5000a; y_G = 3a;$$

$$J_{xG} = \frac{268}{3}a^4 = 89.3333a^4; J_{yG} = \frac{187}{3}a^4 = 62.3333a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{268}{3}a^4 = 89.3333a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{187}{3}a^4 = 62.3333a^4;$$



$$\begin{aligned}
 V_A(\hat{u}) &= 0; & H_E(\hat{v}) &= 0; & V_E(\hat{u}) &= 2qb; & M_F(\hat{v}) &= -3qb^2; & H_F(\hat{v}) &= 7qb; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= 3qb; & M_{AB} &= -3qb^2; \\
 N_{BC} &= 3qb; & T_{BC} &= -2qx_2; & M_{BC} &= 3qb^2 - qx_2^2; \\
 N_{CD} &= 0; & T_{CD} &= -2qb; & M_{CD} &= -2qb^2; \\
 N_{DE} &= 0; & T_{DE} &= -2qb; & M_{DE} &= 2qb^2 - 2qb^2x_4; \\
 N_{FC} &= 0; & T_{FC} &= -7qb + 4qx_5; & M_{FC} &= 3qb^2 - 7qb^2x_5 + 2qx_5^2;
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C dal lato della trave 1 (asta ABC), $v^{(1)}_C$.

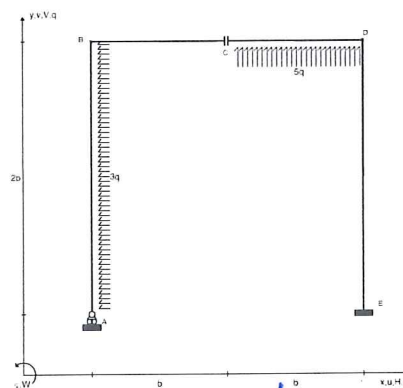
Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C dal lato della trave 1 (asta ABC), $v^{(1)}_C$.

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari SdC_SdA05.09.23'004

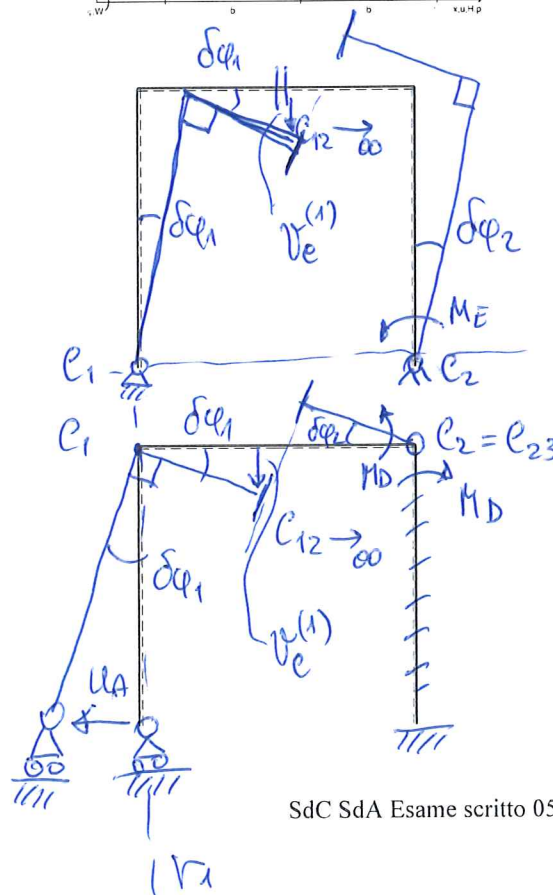


$$C_1 \in \Gamma$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2$$

$$C_1 \in \Gamma_1$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2$$



$$\delta \varphi_1 = \delta \varphi_2$$

$$u_A = 0$$

$$v_e^{(1)} = -b \delta \varphi_1$$

$$\delta \varphi_1 = \delta \varphi_2$$

$$u_A = -2b \delta \varphi_1$$

$$v_e^{(1)} = -b \delta \varphi_1$$

$$M_E(\hat{\varphi}) = -\frac{7}{2}qb^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (2b, 0); C_{12} = (\infty, 0);$$

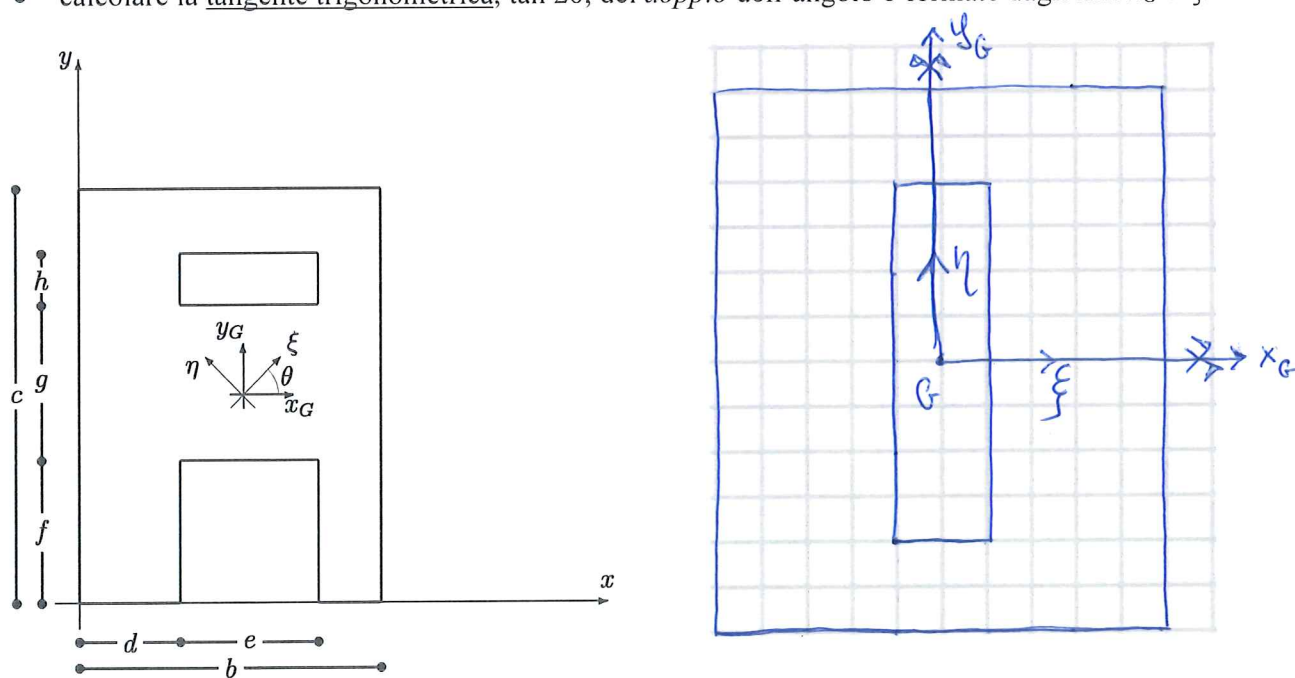
$$u_A = 0; v^{(1)}_C = -b\delta\varphi_1;$$

$$M_D(\hat{\varphi}) = \frac{17}{2}qb^2; u_A = -2b\delta\varphi_1; v^{(1)}_C = -b\delta\varphi_1;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 6a$; $d = 2a$; $e = 1a$; $f = 0a$; $g = 1a$; $h = 4a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



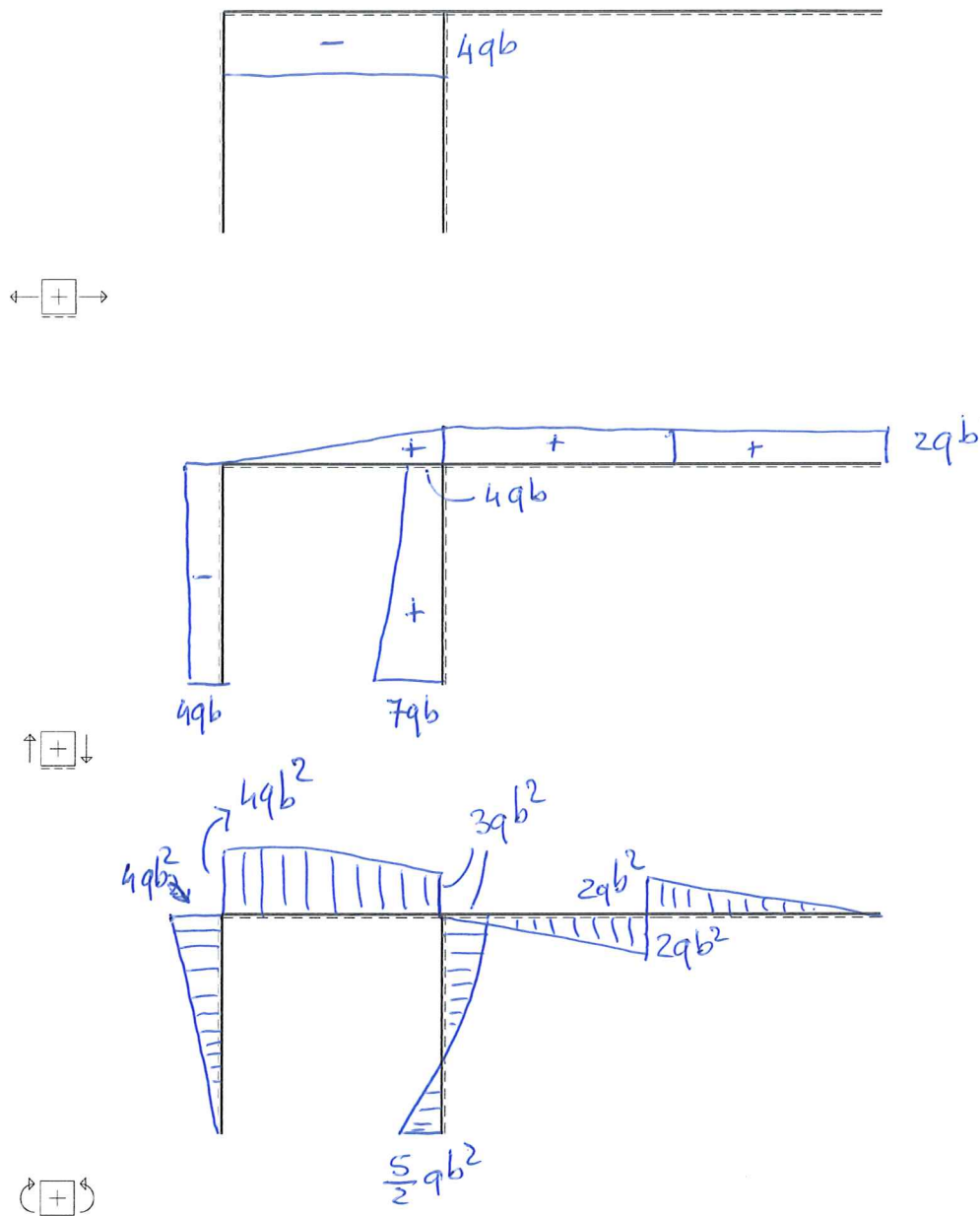
$$S_x = 78a^3; S_y = 65a^3;$$

$$x_G = \frac{5}{2}a = 2.5000a; y_G = 3a;$$

$$J_{xG} = \frac{254}{3}a^4 = 84.6667a^4; J_{yG} = \frac{373}{6}a^4 = 62.1667a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{254}{3}a^4 = 84.6667a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{373}{6}a^4 = 62.1667a^4;$$



$$\begin{aligned}
 V_A(\hat{u}) &= 0; H_E(\hat{v}) = 0; V_E(\hat{u}) = -2qb; M_F(\hat{z}) = \frac{5}{2}qb^2; H_F(\hat{v}) = -7qb; \\
 N_{AB} &= 0; T_{AB} = -4qb; M_{AB} = 4qb x_1; \\
 N_{BC} &= -4qb; T_{BC} = 2q x_1; M_{BC} = -4qb^2 + q x_1^2; \\
 N_{CD} &= 0; T_{CD} = 2qb; M_{CD} = 2qb x_3; \\
 N_{DE} &= 0; T_{DE} = 2qb; M_{DE} = -2qb^2 + 2qb x_4; \\
 N_{FC} &= 0; T_{FC} = 7qb - 3q x_5; M_{FC} = -\frac{5}{2}qb^2 + 7qb x_5 - \frac{3}{2}q x_5^2;
 \end{aligned}$$